

**PROBLEMAS DO 1º E 2º GRAUS**

**I - LINGUAGEM SIMBÓLICA**

O primeiro passo para resolver problemas é interpretar a sua linguagem, representando-a através de números e incógnitas.

Observe exemplos da representação simbólica de assertivas abaixo:

Dado um número, represente:

- a) O dobro do número:  $2x$
- b) A terça parte do número:  $\frac{x}{3}$
- c) O número mais o seu consecutivo:  $x + x + 1$
- d) Dois números ímpares e consecutivos:  $x + x + 2$
- e) O número ao quadrado:  $x^2$
- f) 20% do número:  $0,20x$
- g) A metade do número menos  $\frac{2}{3}$  de outro número:

$$\frac{x}{2} - \frac{2y}{3}$$

**II – EQUAÇÃO E RESOLUÇÃO**

O segundo passo é montar a equação e resolver o problema.

Observe os exemplos abaixo:

- **Equação do 1º grau a uma incógnita**
- a) O número seis, diminuído do triplo de um número, menos oito é igual a menos o quádruplo desse número, mais nove, menos quatro. Qual é esse número?

Montagem da equação:

$$6 - 3x - 8 = -5x + 9 - 4$$

Resolução da equação:

$$\begin{aligned} 6 - 3x - 8 &= -5x + 9 - 4 \\ -3x + 5x &= 9 - 4 - 6 + 8 \\ 2x &= 7 \\ x &= \frac{7}{2} \rightarrow \text{o número.} \end{aligned}$$

- b) Três pessoas devem dividir uma certa quantia, de modo que a primeira receba  $\frac{2}{3}$  menos R\$ 600,00; a segunda  $\frac{1}{4}$  e a terceira a metade menos R\$ 4.000,00. Calcular a quantia e quanto recebe cada pessoa.

Interpretando a linguagem simbólica:

- 1) A quantia:  $x$
- 2) Valor da 1ª pessoa:  $2x/3 - 600$
- 3) Valor da 2ª pessoa:  $x/4$
- 4) Valor da 3ª pessoa:  $x/2 - 4000$

Montagem da equação:

$$x = \frac{2x}{3} - 600 + \frac{x}{4} + \frac{x}{2} - 4000$$

Resolução da equação:

$$\begin{aligned} x &= \frac{2x}{3} - 600 + \frac{x}{4} + \frac{x}{2} - 4000 \\ \frac{x}{1/12} &= \frac{2x}{3/4} - \frac{600}{1/12} + \frac{x}{4/3} + \frac{x}{2/6} - \frac{4000}{1/12} \rightarrow \text{mmc} = 12 \end{aligned}$$

$$\frac{12x}{12} = \frac{8x}{12} - \frac{7200}{12} + \frac{3x}{12} + \frac{6x}{12} - \frac{48000}{12}$$

$$12x = 8x - 7200 + 3x + 6x - 48000$$

$$12x - 8x - 3x - 6x = -7200 - 48000$$

$$-5x = -55200$$

$$x = \frac{55200}{5} = 11040$$

Assim temos:

- 1) A quantia:  $x = 11040$
- 2) Valor da 1ª pessoa:  $2(11040)/3 - 600 = 6760$
- 3) Valor da 2ª pessoa:  $11040/4 = 2760$
- 4) Valor da 3ª pessoa:  $11040/2 - 4000 = 1520$

- **Sistemas de equação do 1º grau a duas incógnitas**

- a) A soma de dois números é 15, calcular os números sabendo-se que o triplo do 1º menos o 2º é igual a 5.

Montagem das equações:

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

Resolução pelo método da adição:

Consiste em somarmos algebricamente as equações do sistema. Com a soma desaparecerá uma das incógnitas.

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

$4x = 20 \Rightarrow x = 5$ , valor da primeira incógnita.

Para determinarmos o valor da outra incógnita basta escolhermos uma das equações dadas e substituírmos o valor já encontrado.

Tomando-se a 1ª equação:  $x + y = 15$

$$5 + y = 15$$

$$y = 10$$

respostas: (5;10)

- b) Um pecuarista tem avestruzes e bovinos num total de 4500 cabeças e 17.000 patas. Calcular o número de cada animal.

$$\begin{cases} x + y = 4500 \\ 2x + 4y = 17.000 \end{cases} \Rightarrow \text{seja } x \text{ e } y \text{ o número de cabeças, } 2x \text{ o}$$

número de patas dos avestruzes e  $4y$  o número de patas dos bovinos.

Resolução pelo método da substituição

$$\begin{cases} x + y = 4500 & (1) \\ 2x + 4y = 17.000 & (2) \end{cases}$$

isolando o valor de  $x$  em (1):

$$x + y = 4500 : x = 4500 - y$$

substituindo  $x$  por  $4500 - y$  em (2):

$$2x + 4y = 17.000 \rightarrow 2(4500 - y) + 4y = 17.000 \rightarrow$$

$$9.000 - 2y + 4y = 17.000 \rightarrow$$

$$2y = 8.000 \rightarrow y = 4.000$$

substituindo  $y$  por  $4.000$  em  $x = 4500 - y$ :

$$x = 4500 - (4.000) \rightarrow x = 500$$

avestruzes: 500

bovinos: 4.000

• **Equação do 2º grau**

- a) (Colégio Naval) Determine três números inteiros, positivos e consecutivos, tais que o quadrado do maior seja igual à soma dos quadrados dos dois outros.

Resolução:

1º número:  $x$

2º número:  $x + 1$

3º número:  $x + 2$

Montagem da equação:

$$(x + 2)^2 = x^2 + (x + 1)^2$$

Resolução aplicando “produtos notáveis”:

$$(x + 2)^2 = x^2 + (x + 1)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + x^2 + 2x + 1$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow \text{equação do 2º grau.}$$

Aplicando a fórmula de Báskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4.1.(-3)}}{2(1)} =$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} =$$

$$\left\{ \begin{aligned} x' &= \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x'' &= \frac{2 - 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} x' &= \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x'' &= \frac{2 - 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned} \right.$$

Como os números devem ser positivos, só consideramos a raiz 3, assim:

1º número: 3

2º número:  $3 + 1 = 4$

3º número:  $3 + 2 = 5$

- b) O perímetro de um retângulo é de 20 m. Calcular as suas dimensões, sabendo-se que a sua área é de 21 m.

Resolução:

Altura:  $x$

Largura:  $y$

Perímetro:  $2x + 2y = 20$

Semi-perímetro:  $x + x = 10$

Área:  $x \cdot y = 21$

Sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 10 & (1) \\ x \cdot y = 21 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 10 & (1) \\ x \cdot y = 21 & (2) \end{cases}$$

Resolução:

isolando o valor de  $x$  em (1):

$$x + y = 10 : x = 10 - y$$

substituindo  $x$  por  $10 - y$  em (2):

$$x \cdot y = 21 \rightarrow (10 - y) \cdot y = 21 \rightarrow$$

$$y^2 - 10y + 21 = 0$$

Resolvendo a equação  $y^2 - 10y + 21 = 0$ , encontraremos 3 e 7. Se altura for 3 a largura será 7 e, vice-versa. Portanto suas dimensões são 3m e 7m.

## EXERCÍCIOS:

- 1) Qual é o número que acrescido de 6 unidades resulta 15?
- 2) A soma entre os  $\frac{3}{4}$  e os  $\frac{2}{3}$  da idade de Rodrigo é igual à própria idade aumentada de 5 anos. Qual é a idade de Rodrigo?
- 3) O dobro de um número, mais 6, é igual a 20. Qual é o número?
- 4) O dobro de um número mais 6 é igual a 20. Qual é o número?
- 5) A quarta parte de um número diminuído de 2 é igual a 8. Qual é o número?
- 6) Um número excede o outro em 8 unidades. Determine esses números, sabendo que sua soma vale 38.
- 7) Sabendo-se de que a soma de dois números inteiros e consecutivos é 47, determine os números.
- 8) A diferença entre dois números é 3. Sabendo-se que a soma dos números é 27, determine-os.
- 9) A soma de três números pares inteiros e consecutivos é 60. Quais são eles?
- 10) A sexta parte dos 1200 alunos do colégio ficou para recuperação. Do restante, o número de aprovados excedeu em 300 o número de reprovados. Quantos alunos foram reprovados?
- 11) A soma das idades de um pai e um filho é 45 anos. Sabendo que a idade do filho é  $\frac{1}{8}$  da idade do pai, determine a idade de cada um.
- 12) A soma das idades de três irmãos é 31 anos. O maior tinha 4 anos quando nasceu o 2º irmão e este tinha 6 anos quando nasceu o mais novo. Qual é a idade de cada um?
- 13) A diferença entre dois números é 18. Aumentando-se 8 unidades em cada um deles, o maior torna-se o triplo do menor. Determine os números.
- 14) (ESAM) A soma de um número com a sua quinta parte é igual ao seu dobro diminuído de 30. O referido número é?
- 15) (FUVEST) O dobro de um número, mais a sua terça parte, mais a sua quarta parte somam 31. Determine o número.
- 16) (ESAF/TTN-92) A idade atual de Carlos é a diferença entre a metade da idade que ele terá daqui a 20 anos e a terça parte da que teve 5 anos atrás. Podemos então afirmar que atualmente:
  - a) Carlos é uma criança de menos de 12 anos
  - b) Carlos é um jovem de mais de 12 anos e menos de 21

- c) Carlos tem mais de 21 anos e menos de 30
- d) Carlos já passou dos 30 anos e não chegou aos 40
- e) Carlos tem mais de 60 anos

- 17) A soma de dois números é 180, a diferença entre eles é 20. Calculá-los.
- 18) A soma de dois segmentos é 120 cm e a diferença é 24. Determinar os segmentos.
- 19) Numa caixa existem bolas brancas e pretas, num total de 120. Calcular quantas há de cada cor, sabendo que o número de bolas brancas iguala o triplo de bolas pretas.
- 20) Que horas são se o que resta do dia vale  $\frac{3}{5}$  do que já passou?
- 21) Achar dois números cuja soma é 83 e que, dividido um pelo outro, dão o quociente 2 e o resto 8.
- 22) A soma de dois números é 85 e um deles é o quádruplo outro. Quais são esses números?
- 23) Um atirador deveria receber \$4,00 por tiro certo e pagar a metade cada vez que errasse. Depois de 32 tiros recebeu \$ 86,00. Quantos acertou?
- 24) Num caderno estão desenhados triângulos e quadrados num total de 35 figuras e 125 lados. Quantos são os triângulos e os quadrados?
- 25) Tenho marrecos e cabritos num total de 39 cabeças e 104 pés. Calcular o número de aves e caprinos.
- 26) A diferença entre o quadrado e o triplo de um mesmo número real é igual a 10. Determine esse número:
- 27) Sejam três números naturais e consecutivos. O Produto dos números menores é igual ao quádruplo do maior, mais 2. Calcule os três números:
- 28) Para enlatar 2.400 litros de óleo num certo número de latas, verificou-se que, se em cada vasilha coubessem 5 litros a mais, poder-se-iam economizar 40 latas. Calcular o número de latas e a capacidade de cada uma.
- 29) Um automóvel, com certa velocidade média, percorreu 240 Km em x horas. Se tivesse aumentado de 20 Km/h a sua velocidade média, teria feito o mesmo percurso em 1 hora a menos. Qual foi o número x de horas que o automóvel gastou para fazer o percurso?
- 30) (FGV) Um terreno tem formato retangular com área de  $300m^2$  e perímetro igual a 74m. A diferença entre o comprimento e a largura vale:

## RESPOSTAS

- 1) 9
- 2) 12
- 3) 7
- 4) 4
- 5) 34
- 6) 15 e 23
- 7) 23 e 24
- 8) 15 e 12
- 9) 18,20 e 22
- 10) 350
- 11) 40 e 5
- 12) 15, 11 e 5
- 13) 19 e 1
- 14)  $75/2$
- 15) 12
- 16) b
- 17) 80 e 100
- 18) 48 cm e 72 cm
- 19) 90 brancas e 30 pretas
- 20) 15 horas
- 21) 25 e 58
- 22) 17 e 68
- 23) 25 tiros certos
- 24) 15 triângulos e 20 quadrados
- 25) 26 marrecos e 13 cabritos
- 26) 5 ou - 2
- 27) 5, 6 e 7
- 28) 160 vasilhas de 15 litros
- 29) 4 h
- 30) b