I - SISTEMA DE NUMERAÇÃO

1 - SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

O sistema de numeração decimal é formado por algarismos indo-arábicos que são posicionados em classes e ordens.

Observe:

4ª classe (bilhões)	3ª classe (milhões)			2ª classe (milhares)			1ª classe (un. Simples)		
Ordens ⇒ 10ª	9ª	8ª	7ª	6ª	5ª	4ª	3ª	2ª	1ª

Logo no número 1.278.356, por exemplo, o algarismo 7 ocupa a segunda classe e a quinta ordem.

1.1 - VALOR ABSOLUTO E RELATIVO

- **Valor absoluto (V.A)** é o valor que o algarismo possui isoladamente, sem levar em conta a posição por ele ocupada no numeral.
- **Valor Relativo (V. R)** ou valor de posição é o valor que o algarismo possui, levando em conta a posição por ele ocupada no numeral.

Exemplo:

No numeral 4.576, temos:

V.A. (6) = 6 V.R. (6) = 6
V.A. (7) = 7 V.R. (7) = 70
V.A. (5) = 5 V.R. (5) = 500
V.A. (4) = 4 V.R. (4) = 4.000

2 - SISTEMA DE NUMERAÇÃO ROMANO

Na Europa, até o século XIII, época em que os árabes introduziram os símbolos indo-arábicos, os números eram escritos no sistema de numeração romano.

Esse sistema utiliza sete letras do seu alfabeto:

Quatro fundamentais:	I	X	C	M
	1	10	100	1.000
Três secundárias:	V	L	D	
	5	50	500	

Justapondo essas letra, os romanos escreviam seus números obedecendo às seguintes regras:

- Os símbolos fundamentais podem ser repetidos até três vezes e os seus valores são adicionados.

I = 1 X = 10 C = 100 M = 1.000
II = 2 XX = 20 CC = 200 MM = 2.000
III = 3 XXX = 30 CCC = 300 MMM = 3.000

- Uma letra colocada à esquerda de outra de maior valor indica a subtração dos respectivos valores:

IV = 5 - 1 = 4 XL = 50 - 10 = 40 CD = 500 - 100 = 400
IX = 10 - 1 = 9 XC = 100 - 10 = 90 CM = 1000 - 100 = 900

Só podemos escrever:
I antes do V e X, X antes do L e do C e C antes do D e do M.

- Uma letra colocada à direita de outra de valor igual ou maior indica a soma dos seus respectivos valores;

VII = 5 + 2 = 7
XXVI = 20 + 5 + 1 = 26
CLXV = 100 + 50 + 10 + 5 = 165
CCLXXXI = 200 + 50 + 30 + 1 = 281
CMXXVIII = 900 + 20 + 5 + 3 = 2.650

- Um traço horizontal, colocado sobre um número, aumenta mil vezes o seu valor. Dois traços aumentam um milhão de vezes e assim sucessivamente.

$$\overline{\text{V}} = 5 \cdot 1.000 = 5.000$$

$$\overline{\text{LX}} = 60 \cdot 1.000 = 60.000$$

$$\overline{\overline{\text{XXXV}}} = 35 \cdot 1.000.000 = 35.000.000$$

EXERCÍCIOS:

1) Dado o número 1.087.694, pergunta-se:
a) qual o valor relativo do algarismo 6?
b) qual o valor absoluto do algarismo 9?
c) qual o algarismo de maior valor relativo?
d) qual o algarismo de maior valor absoluto?
e) quantas ordens tem o número?
f) quantas classes tem o número?

2) Represente em romanos::
a) 4
b) 29
c) 146
d) 269
e) 488
f) 652
g) 796
h) 973
i) 2.673
j) 4.536
k) 10.499
l) 18.650.000

3) Represente em indo-arábicos:
m) IX
n) XLII
o) LXXXIX
p) XCVI
q) CCXIV
r) CDLXI
s) DLXXXV
t) DCCCLXXVI
u) MCDLII
v) MMDCXXX
x) $\overline{\text{XI}}\text{CXXXVI}$
z) $\overline{\overline{\text{IV}}}\,\overline{\text{C}}\text{VII}$

II - NÚMEROS NATURAIS

Os números naturais formam um conjunto numérico denominado conjunto dos números naturais que indicamos por
IN = {0,1,2,3,4,5,6,7,8...}

Excluindo o zero desse conjunto numérico , obteremos o conjunto dos números naturais não-nulos, representados por
IN* = {1,2,3,4,5,6,7,8...}

1 - OPERAÇÕES

a) **ADIÇÃO**

$$\begin{array}{rl} 3 \rightarrow & \text{Parcela} \\ +\underline{\quad 2} \rightarrow & \text{Parcela} \\ 5 \rightarrow & \text{Soma} \end{array}$$

- Propriedades da adição

1ª) Fechamento

A soma de dois números naturais é um número natural.

Ex.: 5 + 4 = 9

2ª) Comutativa

A ordem das parcelas não altera a soma.

Ex.:

$$\left.\begin{array}{l} 5+4=9 \\ 4+5=9 \end{array}\right\} \Rightarrow 5+4=4+5$$

3ª) Associativa

Numa adição com mais de duas parcelas, podemos substituir duas dessas parcelas pela soma.

Ex.: $$\left.\begin{array}{l} (9+3)+5=12+5=17 \\ 9+(3+5)=9+8=17 \end{array}\right\} \Rightarrow (9+3)+5 = 9+(3+5)$$

4ª) Elemento neutro

Zero é o elemento neutro da adição, pois é o único número que adicionado a outro, em qualquer ordem , dá como soma esse outro.

Ex.: 9 + 0 = 0 + 9 = 9

- **Propriedade do cancelamento/ aditiva**

a, b e c ∈ IN ⇒ a + **c** = b + **c**, então a = b

Observe: a + **c** = b + **c** ⇒ ⇒ a = b
Se a + $\cancel{8}$ = b + $\cancel{8}$, então a = b

b) SUBTRAÇÃO

$$\begin{array}{rl} 8 \rightarrow & \text{Minuendo} \\ -\underline{\quad 5} \rightarrow & \text{Subtraendo} \\ 3 \rightarrow & \text{Resto ou diferença} \end{array}$$

- Propriedades estruturais

1ª) Fechamento - Não possui. Observe:
5 - 10 não é possível em IN, pois 5 < 10.

2ª) Comutativa - Não possui. Observe:
7 - 2 = 5, mas 2 - 7 não existe em IN.

3ª) Associativa - Não possui. Observe:

$$\left.\begin{array}{l} 10-(5-2)=10-\mathbf{3}=7 \\ (10-5)-2=\mathbf{5}-2=3 \end{array}\right| \Rightarrow 10-(5-2) \neq (10-5)-2$$

4ª) Elemento neutro - Não possui. Observe:
8 - 0 = 8, mas 0 - 8 não existe em IN.

c) MULTILICAÇÃO

$$\begin{array}{rl} 3 \rightarrow & \text{Fatores (multiplicando)} \\ \text{x}\underline{\quad 2} \rightarrow & \text{Fatores (multiplicador)} \\ 6 \rightarrow & \text{Produto} \end{array}$$

- Propriedades da multiplicação

1ª) Fechamento

O produto de dois números naturais é um número natural.

Ex.: 3 x 8 = 24

2ª) Comutativa

A ordem dos fatores não altera o produto.

Ex.: 5 x 4 = 20
⇒ 5 x 4 = 4 x 5
4 x 5 = 20

3ª) Associativa

Numa multiplicação de dois ou mais números naturais, o produto não depende do modo como esses fatores são associados para se efetuar o cálculo.

Ex.: (2 . 3). 4 = 6 . 4 = 24
⇒ (2 . 3) . 4 = 2 . (3 . 4)
2 . (3 . 4) = 2 . 12 = 24

4ª) Elemento neutro

O 1 é o elemento neutro da multiplicação, pois é o único número que multiplicado por outro, dá para produto esse outro número.

Ex.: 9 . 1 = 1 . 9 = 9

5ª) Distributiva

Para se obter o produto de um número natural por uma soma (ou diferença) de números naturais, podemos multiplicar esse número pelos termos da soma (ou diferença) e adicionar (ou subtrair) os resultados obtidos.

Ex.:
8 . (3 + 4) = 8 .7 = 56
8 . (3 + 4) = 8 . 3 + 8 . 4 = 24 + 32 = 56
⇓
8 . (3 + 4) = 8 . 3 + 8 . 4
Propriedade distributiva em relação à adição

5 . (7 - 4) = 5 . 3 = 15
5 . (7 - 4) = 5 . 7 - 5 . 4 = 35 - 20 = 15
⇓
8 . (3 + 4) = 8 . 3 + 8 . 4
Propriedade distributiva em relação à subtração

- **Propriedade do cancelamento/ multiplicativa**

a, b e c ∈ IN⇒ a . **c** = b . **c**, então a = b

Observe: $a \cdot \cancel{b} = c \cdot \cancel{b} \Rightarrow$ a = b
Se a . 9 = b . 9, então a = b

d) **DIVISAO**
Relação fundamental da divisão exata

Dividendo **:** Divisor = Quociente ⇔ Quociente x Divisor = Dividendo

Ex.: 30 : 5 = 6, pois 5 . 6 = 30

Propriedades estruturais
1ª) Fechamento - Não possui. Observe:
15 : 10 não é possível em IN, pois não existe em IN um número que multiplicado por 10 dê 15.

2ª) Comutativa - Não possui. Observe:
$$\left.\begin{array}{l} 20:4=5\in \\ 4:20,\text{ não existe em IN.} \end{array}\right\} \Rightarrow 20 : 4 \neq 4 : 20$$

3ª) Associativa - Não possui. Observe:
$$\left.\begin{array}{l} (24:4)\ :2=6:2=3 \\ 24:(4:2)=24:2\ =12 \end{array}\right\} \Rightarrow (24 : 4)\ : 2 \neq 24 : (4 : 2)$$

4ª) Elemento neutro - Não possui. Observe:
8 : 1 = 8, mas 1 : 8 não existe em IN.
0 : 6 = 0, mas 6 : 0 é uma operação impossível.

Cálculo de um número desconhecido num igualdade
Determine o valor de x na igualdade x . 5 = 75
Solução
x . 5 = 75 ⇔ 75 : 5 = x → **Relação fundamental da divisão exata**
15 = x
→ **Propriedade simétrica da igualdade**
x = 15
Logo, o valor de x é 15

Relação fundamental da divisão não - exata
Dividendo (D)
↓
38 | 7 → Divisor (d)
3 5 → Quociente aproximado (q)
↓
Resto (r)

Dividendo = Divisor . Quociente + Resto

ou **D = d . q + r**

De um modo geral, se numa divisão o divisor for d, o maior resto possível é d - 1.
Ex.: Se o divisor for 4, o maior resto possível é 3

EXERCÍCIOS
1) Identifique a propriedade da adição em cada igualdade:
a) 5 + 4 = 4 + 5
b) (8 + 3) + 5 = 8 + (3 + 5)
c) a + 0 = 0 + a = a
d) (8 + 7) ∈ IN
e) x + y = y + x

2) Identifique a propriedade da multiplicação em cada igualdade:
a) 6 . 7 = 7 . 6
b) (7 . 5) ∈ IN
c) 9 . (7 - 2) = 9 . 7 - 9 . 2
d) (3 . 4) . 5 = 3 . (4 . 5)
e) m . n = n . m

3) Qual o quociente da divisão de 0 por 0?

4) Qual o quociente da divisão de “a “ por 0?

5) O valor de 0 : 5 ?

6) Numa divisão o divisor é 13, o quociente é 8, resto 6. Qual o dividendo?
07) Numa divisão o dividendo é 78, o quociente é 5, resto 3, Qual o divisor?
08) Numa divisão o dividendo é 183, o divisor é 25, e o resto é 8. Qual o quociente?
09) Numa divisão não-exata o divisor é 5. Quais os restos possíveis?
10) O resto de uma divisão é 6, e o divisor têm um só algarismo. Determine a soma dos possíveis divisores.
11) Numa divisão o quociente é 62, o divisor é 12 e o resto é o maior possível. Qual o dividendo?
12) (CESD 1/94) Numa divisão o divisor é 43 e o resto, 15. Quantas unidades se podem somar ao dividendo, sem que o quociente não se altere?
13) (CESD 1/96) Se o resto de uma divisão por 3 é 2, então significa que:

a) adicionando-se 2 ao dividendo, obtém-se um número divisível por 3.
b) subtraindo-se 1 do dividendo, obtém-se um número divisível por 3.
c) adicionando-se 1 ao dividendo, obtém-se um número divisível por 3.
d) dividindo-se o dividendo por 2, obtém-se um número divisível por 3.

2 - POTÊNCIAÇÃO EM IN

Dados dos números naturais a e n (com n > 1), a expressão a^n representa um produto de n fatores iguais ao número a, ou seja:

$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots a$

n fatores

Exemplo: $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$
onde
5 é a base
4 é o expoente
625 é a potência

3 - PROPRIEDADES DA POTÊNCIAÇÃO

1º) Produto de potências de mesma base

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Para multiplicar potências de mesma base, devemos conservar a base e somar os expoentes.
Ex.: $3^5 \cdot 3^4 = 3^{5+4} = 3^9$

2º) Divisão de potências de mesma base

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Para dividir potências de mesma base, não nula, devemos conservar a base e subtrair os expoentes.
Ex.: $4^5 : 4^2 = 3^{5-2} = 4^3$

3º) Potência de potência

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \qquad (a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$$

Para elevar uma potência a um novo expoente, devemos conservar a base e multiplicar os expoentes.
Exs.: $(3^5)^6 = 3^{5 \cdot 6} = 3^{30}$

$$(2 \cdot 3 \cdot 4)^3 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 4^3$$

Expoente 1

$$a^1 = a$$

Todo número elevado ao expoente um é igual a ele mesmo.

Expoente 0

$$a^0 = 1$$

Todo número não-nulo elevado ao expoente 0 é igual a 1.
Obs.: À expressão 0^0 não se atribui sentido matemático

III - DIVISIBILIDADE

- **Não existe** divisão por 0.
- Um número é divisível por outro quando deixa resto 0.
- Os números divisíveis por 2 são os números pares.
- Os números divisíveis por 3 são aqueles cuja a soma dos algarismos é divisível por 3.
- Os números divisíveis por 5 são aqueles que terminam em 0 e 5.
- Os números divisíveis por 9 são aqueles cuja a soma dos algarismos é divisível por 9.
- Os números divisíveis por 6 são aqueles que são divisíveis por 2 e 3 ao mesmo tempo.
- Um número é divisível por 4 quando os seus dois algarismos da direita formarem um número divisível por 4.
- Um número é divisível por 8 quando os seus três algarismos da direita formarem um número divisível por 8.
- Um número é divisível por 11 quando a diferença entre as somas dos valores absolutos dos algarismos de ordem ímpar e a de ordem par é divisível por 11.
- Todos os números # de 0 são divisores de 0.
- Todo o número # de 0 é divisor dele mesmo.
- 1 é divisor de todos os números.
- Um número é **primo** quando ele é dividido por 1 e ele mesmo. Ex.: 2,3,11.

- Um número é composto quando é dividido por mais de dois elementos. Ex.: 0,4,6,8.
- O número 1 não é primo nem composto, pois só é divido por um elemento; isto é; o 1.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

14) Responda:

a) O menor número de quatro algarismos diferentes divisível por 3;
b) O maior número de três algarismos divisível por 5;
c) O menor número de três algarismos divisível ao mesmo tempo por 2,3 e 5;
d) O maior número de três algarismos divisível ao mesmo tempo por 3 e 4;
e) Quais os valores que devo substituir A e B no número 4A47B, de modo a obter um número divisível, ao mesmo tempo, por 2,5,9 e 10.
f) Quais os valores que devo substituir A e B no número 5A38B, de modo a obter um número divisível, ao mesmo tempo, por 5,9 e 10.

15) O número 583ab é divisível por 9. O valor máximo da soma dos algarismos a e b, é:
a) indeterminada b) 20 c) 18 d) 11 e) 2

1) **DECOMPOSIÇÃO DE UM NÚMERO COMPOSTO EM FATORES PRIMOS.**

Ex.: Decompor (fatorar) 24 em fatores primos

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Chegando ao quociente igual a 1, encerramos as nossas divisões e concluímos que $24 = 2.2.2.3 = 2^3 . 3$

2) **DIVISORES DE UM NÚMERO.**

Ex. : Calcular todos divisores de 24

Primeiro vamos fatorar o número 24 e, à direita dos fatores primos encontrados, fazer um traço vertical.

24	2	
12	2	
6	2	
3	3	
1		

Em seguida, à direita deste traço, e na linha acima, colocamos o número 1 e abaixo dele repetimos o primeiro fator primo que, no caso, é:

		1
24	2	2
12	2	
6	2	
3	3	
1		

Em seguida, em cada linha dos demais fatores primos, escrevemos os produtos deles pelos números já colocados acima:

		1
24	2	2
12	2	$\underline{2}$, 4
6	2	$\underline{2}$, $\underline{4}$, $\underline{4}$, 8
3	3	3, 6, $\underline{6}$, 12, $\underline{6}$, $\underline{12}$, $\underline{12}$, 24
1		

E usando um princípio de economia, não escrevemos os divisores repetidos e ficamos com o seguinte dispositivo:

		1
24	2	2
12	2	4
6	2	8
3	3	3, 6, 12, 24
1		

Este dispositivo indica que D (24) = {1,2,4,8,3,6,12,24}

EXERCÍCIOS:

16) Decomponha em fatores primos os números abaixo:
a) 25
b) 32
c) 72
d) 100

17) Determine os divisores dos números abaixo:
a) 40
b) 50
c) 72
d) 80

3) **NÚMERO DE DIVISORES**

Se desejarmos saber a quantidade de divisores de um número, de maneira rápida, utilizamos a seguinte regra:
Ex.: Calcular quantos elementos há no conjunto D (24) .

1º → Fatorar 24 :
$24 = 2^3 \cdot 3$

2º → Observar os **expoente**s que aparecem na fatoração e **adicionar o número um** a cada um deles.
Assim teremos:
expoente do 2: 3, e adicionando 1: 3 + 1 = $\boxed{4}$
expoente do 3: 1 (3^1), e adicionando 1: 1 + 1 = $\boxed{2}$

3º → Multiplicar os números obtidos, $\boxed{4}$ e $\boxed{2}$, e assim encontrar o número de divisores desejado, 4 **.** 2 = 8, ou seja, 24 possui 8 divisores D (24) = { 1,2,4,8, 3, 6,12,24 }

EXERCÍCIOS

18) Determine a quantidade de divisores dos números abaixo:
a) 70
b) 60
c) 144
d) $2^3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11$

4) **MÁXIMO DIVISOR COMUM (M.D.C)**

Dados dois ou mais números, não nulos, chama-se máximo divisor comum destes números ao maior de seus divisores.

5) MÉTODOS PARA CÁLCULO DO M.D.C

■ Método da decomposição em fatores primos
a) Decompõem-se os números dados em seus fatores primos.
b) Tomam-se os fatores comuns, cada um deles com seu menor expoente.
c) O produto desses fatores é o m.d.c procurado.

Ex. calcular o m.d.c entre 90 e 108

90	2	108	2
45	3	54	2
15	3	27	3
5	5	9	3
1		3	3
		1	

fatores comuns
de menor expoente

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$
$108 = 2^2 \times 3^3$

m.d.c (90,108) = $2 \times 3^2 = 18$

■ Método das divisões sucessivas
a) Divide-se o maior número pelo menor, se a divisão for exata, o m d.c será o divisor (o menor deles).
b) Se a divisão não for exata, divide-se o divisor pelo resto obtido na divisão anterior.
c) Repete-se esse processo até se obter resto zero.
d) O m.d.c é o divisor da divisão com resto zero

Ex. 1:
Encontrar o m.d.c dos números 180 e 108

	1	1	2	
180	108	72	**36**	m.d.c (180,108) = 36
72	36	0	→ restos	

Ex. 2:
Encontrar o m.d.c dos números 4, 8 e 24.

	3
24	8
0	

	2
8	4
0	

m.d.c (4, 8 e 24) = 4

Dados dois ou mais números naturais, se um deles for divisor comum dos outros, então esse número será o m.d.c dos números

6) NÚMEROS PRIMOS ENTRE SI

Quando o m.d.c de dois ou mais números é 1, os números são chamados de números primos entre si.

	1	1	2	5
27	16	11	5	**1**
11	5	1	0	

m.d.c (27,16) = 1
logo , 27, e 16 são primos entre si.

EXERCÍCIOS

19) Usando o método da decomposição em fatores primos, calcule o m.d.c de:

a) 20 e 50
b) 84 e 150
c) 315 e 525
d) 286 e 1573
e) 60, 80 e 100
f) 72, 90 e 108

20) usando o método das divisões sucessivas , calcule:

a) m.d,c (50,40)
b) m.d.c. (81,54)
c) m.d.c. (350, 250, 100)

21) Em cada caso diga se os números dados são primos entre si.

a) 8 e 15
b) 35 e 161

22) Uma loja de tecido deseja dividir 3 peças de fazenda em partes iguais, de maior tamanho possível, de modo que não haja sobras. Qual o tamanho de uma das partes, se as peças medem 80 m , 75 m e 60 respectivamente?

23)Sabe-se que o m.d.c. (a,b) = 30. Encontre o m.d.c (7 x a, 7 x b).

24)Qual o maior número pelo qual devemos dividir 131 e 355 para obter resto 5 em cada divisão?

25) Quais são os dois menores números pelos quais devemos dividir 120 e 150 , respectivamente, tal forma que os quociente obtidos sejam iguais?

IV - CONJUNTO DOS MÚLTIPLOS

Multiplicando 5, sucessivamente, por 0,1,2,3,4,5..., podemos obter os múltiplos de 5.

0 x 5 = 0
1 x 5 = 5
2 x 5 = 10
3 x 5 = 15
4 x 5 = 20
5 x 5 = 25
...

O conjunto dos múltiplos de 5 indica-se por M (5).
Assim:
M (5) = {0,5,10,15,20,25,...}

Para determinar os múltiplos de um número natural qualquer, basta multiplicarmos esse número, sucessivamente, por 0,1,2,3,4,...

Exemplos;
M (2) = {0,2,6,8,10,...}
M (7) = {0,7,14,21,28,...}

26) RESPONDA

a) 54 é múltiplo de 3?
b) 465 é múltiplo de 17?

27) Qual é o menor número que devemos subtrair de 200 para obter um múltiplo de 7?

28) Qual é o menor número que devemos adicionar a 200 para obter um múltiplo de 7?

1 - MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

Dado dois ou mais números, não nulos, chama-se mínimo múltiplo comum destes números o menor de seus múltiplos comuns, excluindo o zero.

Observe:
M (15) = { 0,15,30,45,60,75,90,105,120,...}
M (20) = { 0,20,40,60,80,100,120,...}

- Múltiplos comuns: 0,60,120,180, ...
- Menor múltiplo comum diferente de zero: 60

Assim , dizemos que 60 é o **mínimo múltiplo comum** 15 e 20.
Indica-se: m. m .c (15,20)

2 - MÉTODOS PARA CÁLCULO DO M.M.C

- **Método da decomposição em fatores primos**

a) Decompõem-se os números dados em seus fatores primos.
b) Tomam-se os fatores comuns e não comuns, cada um deles com seu maior expoente.
c) O produto desses fatores é o m. m .c procurado.

Ex. calcular o m.m.c entre12 e 50

12	2	50	2
6	2	25	5
3	3	5	5
1		1	

fatores comuns
de menor expoente

$12 = 2^2 \text{ X } 3$
$50 = 2 \text{ X } 5^2$ m.m.c (12,50) = $2^2 \text{ X } 3 \text{ X } 5^2 = 300$

- **Método da decomposição simultânea**

De maneira mais prática, podemos obter o m. m. c de dois ou mais números decompondo-os simultaneamente.
EX: Calcular o m. m. c de 40, 50 e 75.

40,50,75	2
20,25,75	2
10,25,75	2
5,25,75	3
5,25,25	5
1,5,5	5
1, 1,1	

m. m. c (40, 50 e 75) = 2^3 X 3 x 5^2 = 600

EXERCÍCIOS

29) Usando o método da decomposição em fatores primos, calcule o m .m .c de:
a) 24 e 18
b) 48, 20,40 e 36

30) Pelo método da decomposição simultânea, calcule o m. m. c de:
a) 60 e 24
b) 98, 28 e 112

31) Considere a = 2^4 X 3^2 X 5, b = 2^3 X 3^3 X 7 e c = 3^4 X 5 X 7. Calcule:
a) m. m. c (a, b) =
b) m. m. c (b, c) =

32) Sabendo-se que o m. m. c (a, b) = 600. Quais são os múltiplos de **a** e ao mesmo tempo **b,** compreendidos entre 1.000 e 5.000?

33) Quais são os múltiplos de 20 e de 25, compreendidos entre 1.000 e 1.500?

34) Qual é o menor número que, dividido por 4, por 5 e por 10, deixa sempre resto 2?

35) Dois namorados estão de folga do trabalho hoje. O rapaz tem folga a cada 7 dias e a moça a cada 4 dias. Daqui a quantos dias a folga dos dois vai coincidir novamente?

36) ***Dados dois ou mais números naturais, diferentes de zero, se um deles for múltiplo de todos os outros, então esse número será o m. m. c dos números dados. Por exemplo, m. m. c (6,12,24) = 24, pois 24 é múltiplo de 6 e 12 e, é claro, de si próprio. Usando essa propriedade, calcule:***
a) m. m. c (4,8)
b) m. m. c. (1,3,9,27)

37) O produto de dois números naturais, diferentes de zero, é igual ao produto do m. d. c pelo m. m. c entre eles. Isto é m. d. c (a, b) X m. m. c (a, b) = a X b. Usando esta propriedade, ache o produto de dois números naturais, sabendo-se que o m. m. c é 120 e o m. d. c é 50?

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

1) aplicando propriedades estruturais encontre o valor de a.
a) 5 X a = 3 X 5
b) 1 X a = 8 X 1
c) (3 X 5) X a = 3 X (5 X 4)
d) 3 X (5 + a) = 3 X 5 + 3 X 4

2) (CESD 2/99) Ao pagar uma conta de R$ 1.354,00, uma pessoa preencheu o cheque no valor de R$ 1.534,00. Em quantas dezenas de reais ele errou o cheque?

3) Dados $x = 2^{2^3}$ e $y = \left(2^2\right)^3$, determine $x - y$

4) A soma dos três termos de uma subtração é 70. Sabendo-se que o resto excede o subtraendo de 3. Qual é o subtraendo?

5) A soma de dois números é 141 e a diferença entre eles é 31. Que números são esses?

6) Das proposições abaixo, podemos afirmar:
I – a soma de dois números primos é também um número primo.
II – o produto de dois números primos é também um número primo.
III – todo número primo é ímpar.
a) apenas uma é verdadeira c) todas são falsas
b) todas são verdadeiras d) apenas uma é falsa

7) (CESD 2/94) O número de divisores do número 5.250 é:

8) Encontre os números pelos quais devemos dividir 61 e 169 para obter resto 7.
9) Qual é o maior número pelo qual devemos dividir 131 e 355 para obter resto 5 em cada divisão?
10) Sabe-se que o m. d. c. (a ,b) = 20. Encontre o m. d. c. (4 x a, 4 X b).

11) No cálculo do m. d. c. de dois números , encontrou-se o seguinte quadro:

	1	3
x	y	12
12	0	

Quais os valores de x e y?

12) Qual é o menor número divisível por 180 e 600 que deixa sempre resto 5?

13) (CESD 1/96) Se A e B são dois números naturais primos entre si, então o M. M. C , de A e B é igual a ...

14) Ligando duas cidades há 3 linhas de ônibus. A primeira realiza a viagem a cada 3 dias, a segunda a cada 5 dias e a terceira a cada 7 dias. Suponha que hoje os ônibus das 3 linhas realizarão a viagem. Daqui a quantos dias esse fato ocorrerá novamente?

15) Sabendo-se que $A = 2^x \cdot 3^2 \cdot 5;\ B = 2^{2x} \cdot 3 \cdot 5^2$ e que o m.m.c de A e B tem 45 divisores, o valor de **x** será:

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS:

S. DE NUMERAÇÃO: 1) a) 600 b) 9 c) 1 d) 9 e) 7 f) 3

2)
a) IV
b) XXIX
c) CXLVI
d) CCLXIX
e) CDLXXXVIII
f) DCLII
g) DCCXCVI
h) CMLXXIII
i) MMDCLXXIII
j) IVDXXXVI
k) $\overline{X}$CDXCIX
l) $\overline{XVIII}$DCL

3) m) 9 n) 42 o) 89 p) 96 q) 214 r) 461 s) 585 t) 876 u) 1.452 v) 2.630 x) 11.136 z) 4.100.007

NÚMEROS NATURAIS:

1) a) comutativa
b) associativa
c) elemento neutro
d) fechamento
e) comutativa

2) a) comutativa
b) fechamento
c) distributiva
d) associativa
e) comutativa

3) indeterminado
4) impossível
5) a) 6 b) 120 c) 999 d)6
6) 110
7) 15
8) 7
9) 1,2,3,4
10) 24
11) 755
12) 27
13) c

16)
$a)1\ \ b)0\ \ c)5^{14}\ \ d)b^7\ \ e)8^{m-n}$
$f)2^{15}\ \ g)2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2\ \ h)a^8 \cdot b^6 \cdot c^4$ 18)
$i)a^9\ \ j)2\ \ l)3\ \ m)32$
a) 5^2 b) 2^5
c) $2^3 . 3^2$ d) $2^2 . 5^2$

17)a) D(40) = {1,2,4,8,5,10,20,40}
b) D(50) = {1,2,5,10,25,50}
c) D(72) = {1,2,4,8,3,6,12,24,9,18,36,72}
d) D(80) = {1,2,4,5,8,10,16,20,40,80}
18) a) 8 b)12 c)15 d) 48
19) a) 10 b)6 c) 105 d) 143 e)20 f)18
20) a)10 b)27 c)50
21) a)sim b)não
22) 5 m
23) 210
24) 14
25) 4 e 5
26) a)sim b)não
27) 4
28) 3
29) a)72 b)2^4 X 3^2 X 5 = 720
30) a) 2^3 X 3 X 5 = 120
b) 2^4 X 7^2 = 784
31) a) 2^4 X 3^3 X 5 X 7= 15120
b) 2^3 X 3^4 X 5 X 7= 22680
32) 1200, 1800, 2400, 3000, 3600, 4200, 4800
33) 1100, 1200, 1300 e 1400
34) 22
35) 28
36) a) 8 b)27
37) 120 X 50

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES:

1) a) a = 3 b) a = 8
c) a = 4 d) a = 4

2)18
3) 192
4) 16
5) 55 e 86
6) c
7) 32
8)9, 18, 27 e 54
9) 14
10) 80
11) x = 48 , y = 36
12) 1805
13) A X B
14) 105 dias
15) 2

ANEXO I

I - BASE DE UM SISTEMA DE NUMERAÇÃO

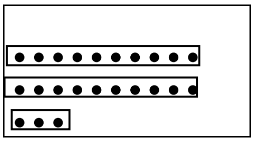
Base de um sistema de numeração é o número de elementos necessários para formar um conjunto padrão que auxilia a contagem dos objetos.

Quando falamos BASE DEZ, pensamos na formação de conjuntos de dez elementos. Quando contamos em dúzia, estamos contando na base 12.

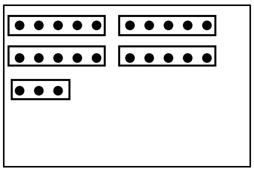
A contagem dos submúltiplos da hora é feita na base sessenta e, assim, podemos contar em base qualquer.

Os computadores trabalham no sistema de numeração, usa-se os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0; isto é, dez algarismos; quando a base é cinco, por exemplo, usa-se os algarismos 1, 2, 3, 4 e 0 para escrever qualquer número nesta base. Se a base é 2, usa-se somente os algarismos 1 e 0.

CONTAGEM EM DIFERENTES BASES



No conjunto de pontos desta figura se reunirmos estes pontos em grupos de 10, então formaremos o número 23.

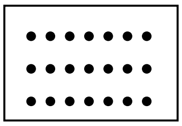


No mesmo conjunto, agora, reuniremos os pontos de cinco e formaremos o número 43, que escreveremos 43_5 e temos quatro três na base cinco.

Logo, os números 23 e $(43)_5$ são dois números iguais porque representam a mesma quantidade de elementos, porém escritos em bases diferentes.

EXERCÍCIO:

1) No seguinte conjunto de pontos fazer a contagem nos sistemas de bases respectivamente, cinco, seis, oito nove e dez.

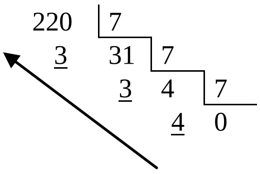


CONVERSÃO DE BASE DECIMAL PARA BASE NÃO DECIMAL

Convertemos um número para a base n, dividindo-o sucessivamente por n até encontrarmos quociente zero. A sua representação é formada por todos os restos, do último ao primeiro.

Exemplo

Representar 220 na base 7.



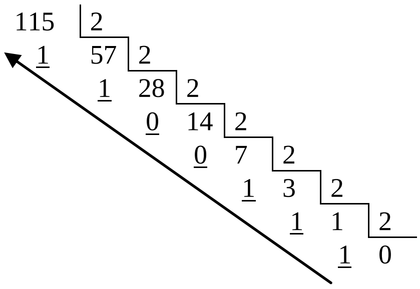
R. : $220 = (433)_7$

CONVERSÃO DE UMA BASE NÃO DECIMAL PARA UMA BASE NÃO DECIMAL

Exemplo: Representar $(163)_8$ na base 2

Resolução:

$(163)_8 = 1 . 8^2 + 6 . 8^1 + 3 . 8^0 = 64 + 48 + 3 = 115$



Assim: $(163)_8 = (1110011)_2$

EXERCÍCIOS:

2) (EEAR-75) O numeral 201 na base 5, corresponde a que numeral na base 10?

a) 31 b) 41 c) 51 d) 61

3) (EEAR-78) o número 41 pode ser representado por:

a) $(101)_4$ b) $(112)_3$ c) $(131)_5$ d) $(2210)_4$

4) (EEAR-84) 121 na base 5, corresponde na base dez ao número:

a) 12 b) 21 c) 36 d) 44

5) (EEAR-87) Passando o número 19, da base 10 para a base 3, obtém-se:

a) 102 b) 120 c) 201 d) 210

6) (EEAR-85) Um número é representado por 1213 no sistema de base 5, no sistema da base 2, ele será representado por:

a) 11101101 b) 10110111 c) 10011011 d) 11001101

II - QUADRADO PERFEITO

Um número é chamado quadrado perfeito quando se consegue escrevê-lo como potência com expoente 2.

Exemplos: a) $9 = 3^2$; b) $2^{10} . 3^4 = (2^5 . 3^2)^2$

EXERCÍCIO:

7) Indique qual dos produtos abaixo é um quadrado perfeito

a) $2^2 . 3^4 . 5^7$
b) $4^3 . 9^5 . 25^7$
c) $2^4 . 3^9 . 1^{16}$
d) $3^4 . 4^2 . 5^5$
e) $4^5 . 5^7 . 36^9$

ANEXO II

QUESTÕES DE CONCURSOS ANTERIORES

1) (CN-86) O número 583ab é divisível por 9. O valor máximo da soma dos algarismos a e b é:
a) Indeterminado b) 20 c) 11 d) 2 e) 18

2)(EEAR-82) Se a = $2^3 . 5^6 . 7^2$, então o número de divisores de "a" é:
a) 11 b) 14 c) 36 d) 84

3) (EPCAR-84) Sendo S a soma dos divisores de30, calcule $\sqrt{S+504}$
a) 24 b) 36 c) 48 d) 60 e) 68

4) (CN-78) O número de divisores positivos de x = $2^5 . 3^2 .6^2$ é:
a) 54 b) 28 c) 20 d) 9 e) 40

5) Se a = $2^2 . 3^4$ e b = $2^3 . 3^2$, então o mdc (a,b) é:
a) 6^4 b) $2^2 .3^2$ c) $2^3 . 3^4$ d) 1

6) (EEAR-81) Na procura do maior divisor comum de dois números, pelo processo das divisões sucessivas encontramos os quocientes: 1, 2 e 6 e restos: 432, 72 e 0, respectivamente. Qual a soma desses dois números?
a) 1800 b) 2000 c) 2104 d) 2304

7) (EEAR-81) Três rolos de arame farpado têm, respectivamente, 168 m, 264 m e 312 m. Deseja-se cortá-lo em partes de mesmo comprimento, de forma que, cada parte, seja maior possível. Qual o número de partes obtidas e o comprimento, em metros, de parte?
a) 21 e 14 b) 23 e 16 c) 25 e 18 d) 31 e 24

8) (EPCAR- 88) Os restos das divisões dos números 111 e 50 por x são 3 e 5, respectivamente. Os restos das divisões dos números 78 e 100 por y são 6 e 4, respectivamente. Indicar o maior valor possível para a soma x + y.
a) 15 b) 18 c) 33 d) 36 e) 42

9) (CESGRANRIO-80) O mínimo múltiplo comum entre os números 2^m . 3 e 5 é 240. O expoente m é:
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 15

10) Num clube, o presidente é eleito a cada 4 anos, o vice-presidente a cada 3 anos e o secretário a cada 2 anos. Se em 1981 houve eleição para os três cargos, em que ano isso ocorrerá novamente?
a) 1983 b) 1984 c) 1985 d) 1993 e) 2004

11) (ESA-84/C.MIL-RIO-61) O menor múltiplo comum de dois números é 9000. O maior deles é 500 e o menor, que não é múltiplo de 5, é:
a) 48 b) 24 c) 72 d) 144

12)(ESA-78) O menor número que, dividido por 18, 32 e 54, deixa sempre resto 11 é:
a) 115 b) 875 c) 853 d) 299

13) (EPCAR-80) Se o MMC(A, B) = 90 e o produto AB = 1350, então MDC(A, B) = ------
a) 45 b) 90 c) 30 d) 9 e) 15

14) (EEAR-81) Qual o menor número inteiro positivo que se deve multiplicar por 1944 de modo a obter um quadrado perfeito?
a) 6 b) 5 c) 4 d) 3

15) (EEAR-83) O inverso do quociente entre o MDC e o MMC de dois números primos entre si é igual ... destes números.
a) ao inverso do produto
b) ao inverso da soma
c) ao produto
d) a soma

16) (CFC-2001) Se o mmc (x,45) = 360 e o mdc (x, 45) = 15, então o valor de x é:
a) 60
b) 80
c) 120
d) 150

17) (CFC-2001) Um número formado de três algarismos é divisível por 6. Se o algarismo das centenas é 4 o algarismo das dezenas é 5, então o algarismo das unidades deve ser:
a) 2
b) 4
c) 6
d) 8

18) (CFS/02/T.A) Sendo $A = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^3$ e $C = 2^5 \times 3^4$, então o quociente da divisão do m.m.c. pelo m.d.c. dos números A, B e C é
a) 36 b) 90 c) 180 d) 450

RESPOSTAS:
1) c 2) d 3) a 4) e 5) b 6) d 7) d 8) c 9) c 10) d 11) c 12) c 13) b 14) a 15) c 16) c 17) c 18) c

APRESENTAÇÃO

Esta Apostila foi elaborada especificamente para os concursos que cobram assuntos de Aritmética não muitos explorados na educação básica, sobretudo os concursos militares.

O AUTOR

É Licenciado em Matemática ,Bacharel em Ciência Contábeis, Orientador de Aprendizagem do Telecurso 2.000, pós-graduado em Administração Escolar, professor de Matemática e Contabilidade Geral para Concursos e professor universitário.

ÍNDICE:

AUTOR: PROFESSOR PEDRO A. SILVA